Cuerpo rígido

Cinemática

¿Qué es un cuerpo rígido?

- Es un sistema de partículas que están unidas de forma tal que la distancia entre las ellas es constante.

- Esta condición de rigidez determina condiciones cinemáticas.

Condición de rigidez

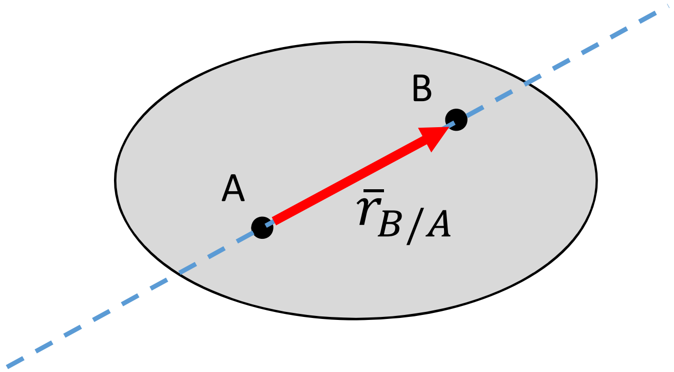
- Si es cuerpo rígido la distancia AB es constante. $\left|\bar{r}_{B/A}\right| = C$

- Es decir, que la componente de la velocidad en la recta que une a los puntos es la misma ($V_{||}$)

$$v_{A\|} = v_{B\|}$$

- Lo que es equivalente que la diferencia de las velocidades (velocidad relativa) es perpendicular a la recta que los une.

$$\bar{v}_{B/A} \perp \bar{r}_{B/A}$$



Condición de rigidez

$$\bar{v}_{B/A} \perp \bar{r}_{B/A}$$

- ¿Qué significa? Que el punto B sólo puede hacer un movimiento circular respecto de A. Entonces:

$$\bar{v}_{B/A} = \bar{\Omega} \times \bar{r}_{B/A}$$

$$\bar{v}_B - \bar{v}_A = \bar{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_A)$$

$$\boxed{\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_A)}$$

$\bar{r}_{B/A}$ ó $\bar{r}_{A \to B}$

Condición de rigidez

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{\Omega} \times \bar{r}_{B/A}$$

- Si derivamos esta expresión, encontramos una relación entre la aceleraciones

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \frac{d\bar{\Omega}}{dt} \times \bar{r}_{B/A} + \bar{\Omega} \times \frac{d\bar{r}_{B/A}}{dt}$$

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{\gamma} \times \bar{r}_{B/A} + \bar{\Omega} \times \bar{v}_{B/A}$$

$$\boxed{\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{\gamma} \times \bar{r}_{B/A} + \bar{\Omega} \times \bar{\Omega} \times \bar{r}_{B/A}}$$

¿Qué es el CIR?

- Es el centro instantáneo de rotación. Un punto (que puede pertenecer o no al cuerpo rígido) desde el cual el cuerpo está haciendo una rotación pura (es decir, las velocidades de todos los puntos son perpendiculares a la recta que los une con el CIR). Entonces ese punto tiene velocidad nula.

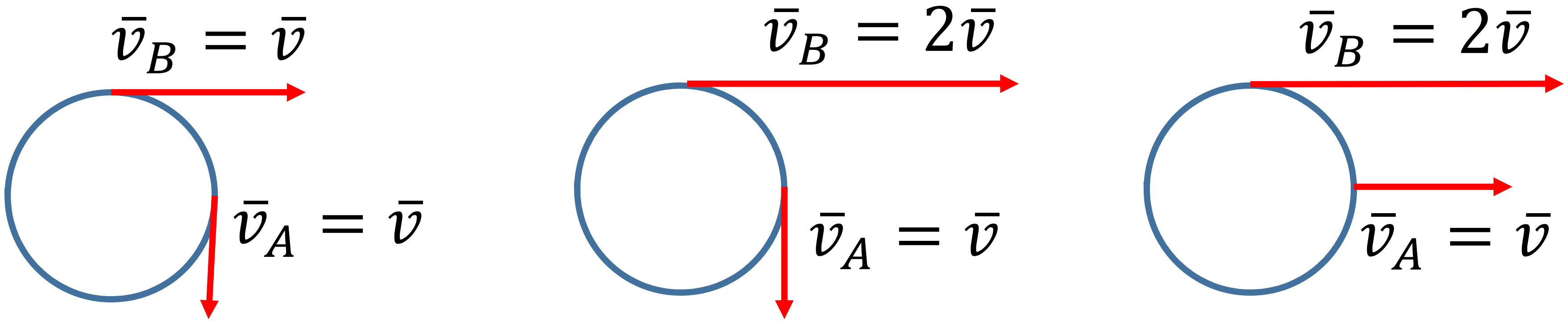
- Se determina analíticamente: $\bar{v}_B = \bar{v}_{CIR} + \overline{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_{CIR})$

$$\bar{v}_B = \overline{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_{CIR})$$

- Y gráficamente: donde se intersecan las rectas perpendiculares a las velocidades de dos puntos (pero ¿siempre se cruzan en un punto? Ya veremos una excepción y cómo se resuelve)

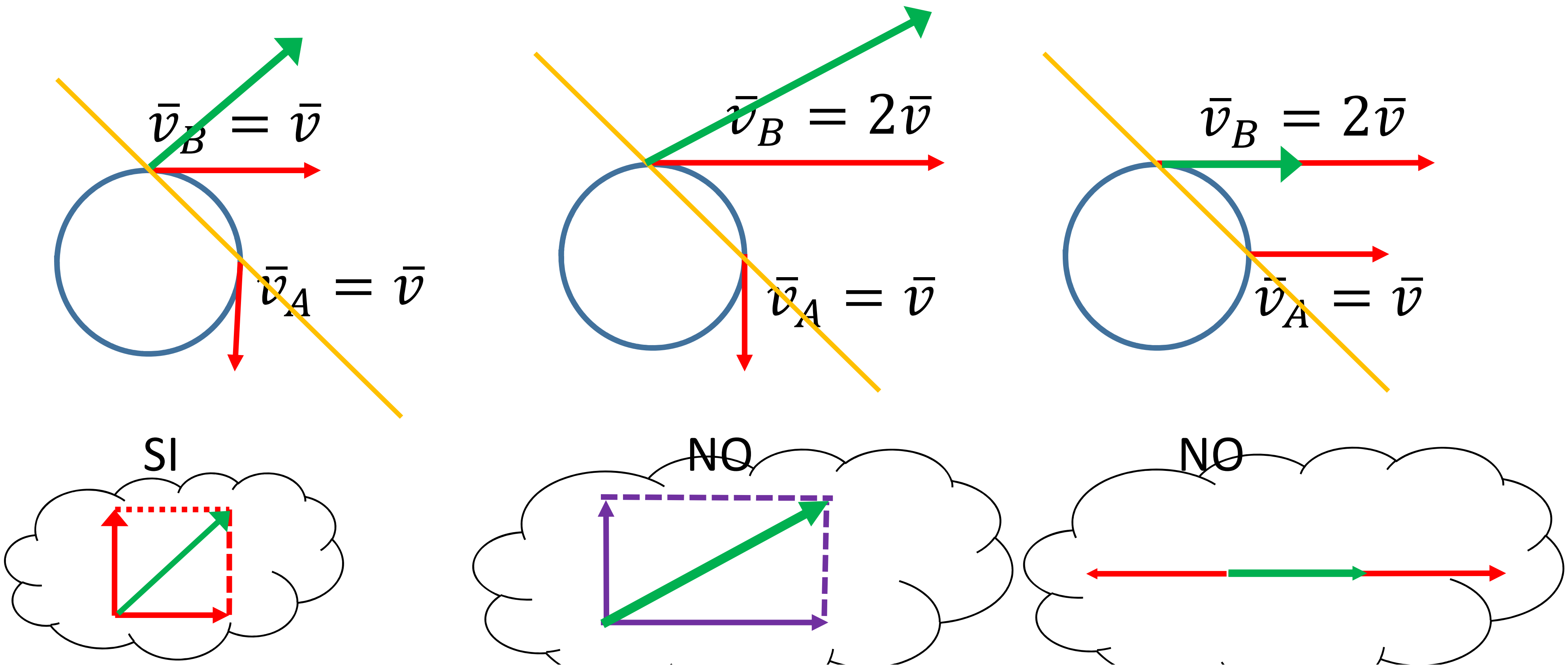
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V



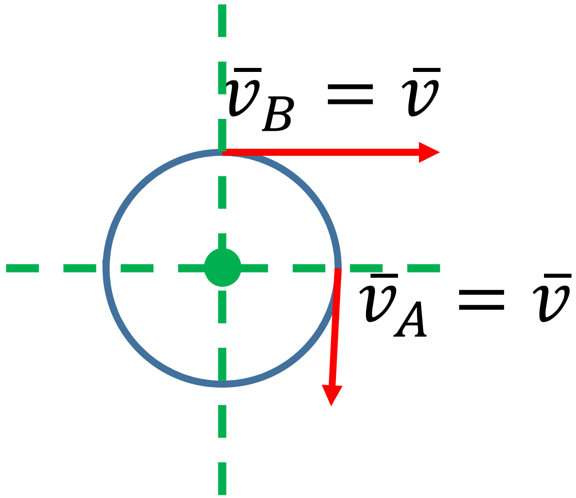
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V



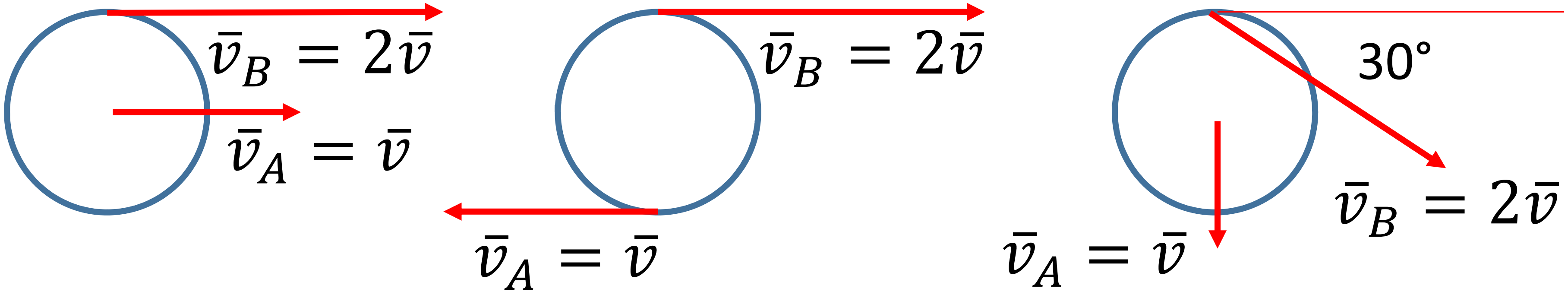
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V



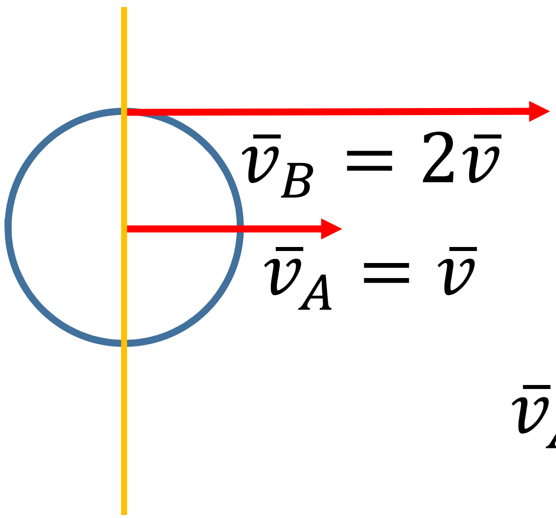
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V

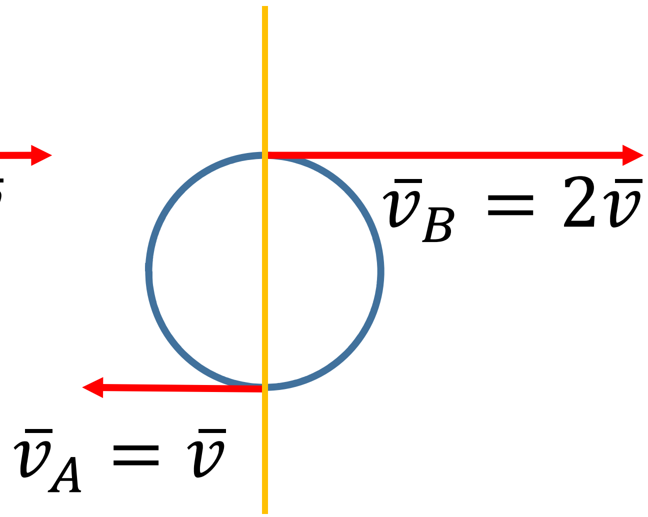


¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

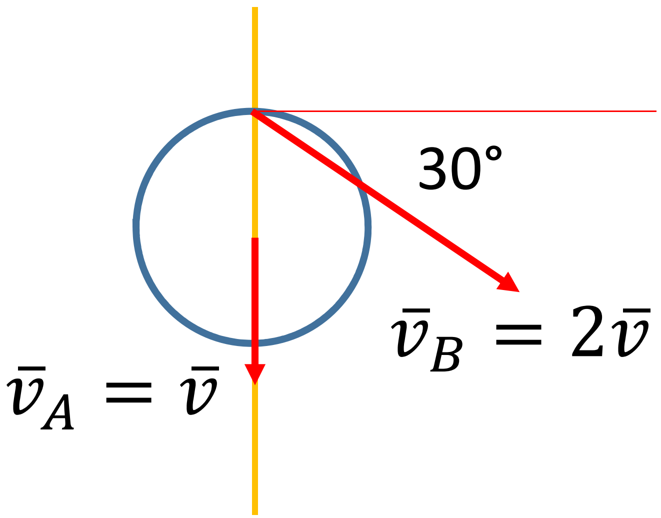
- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V



SI



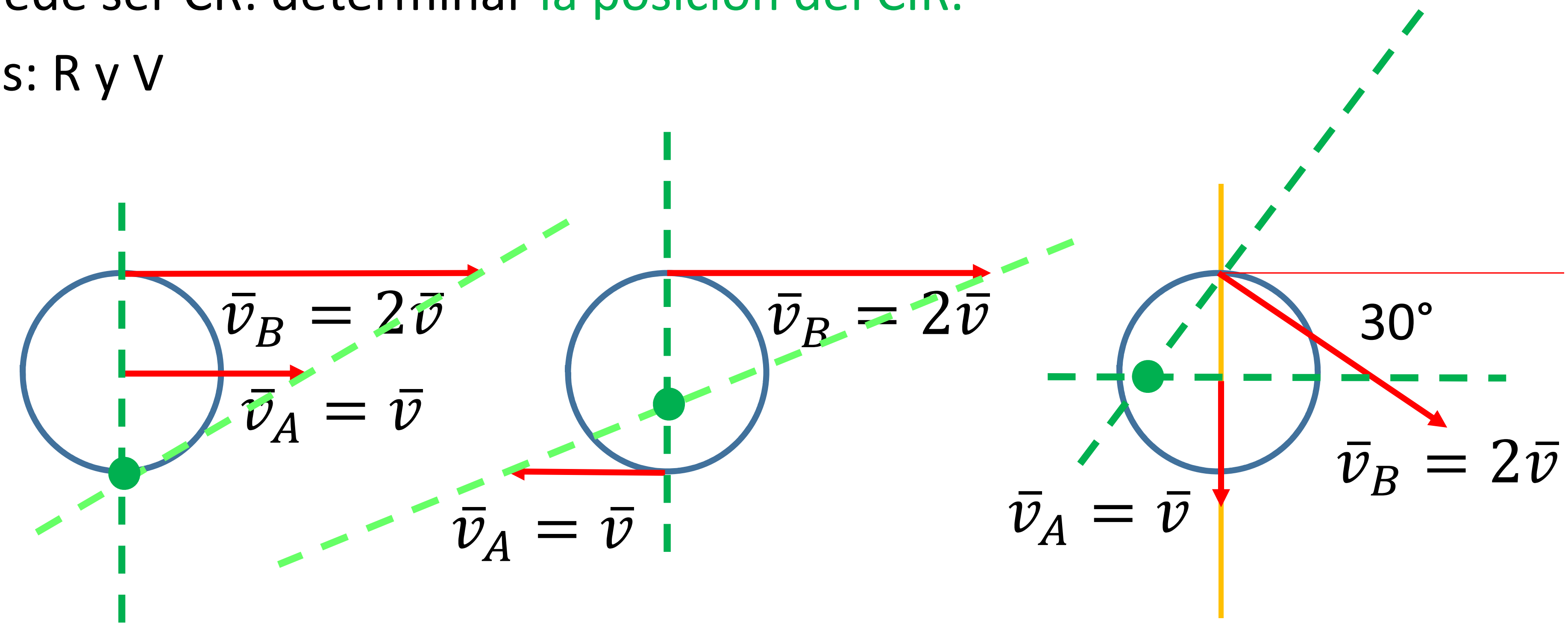
SI



SI (Ej.2 de la guía)

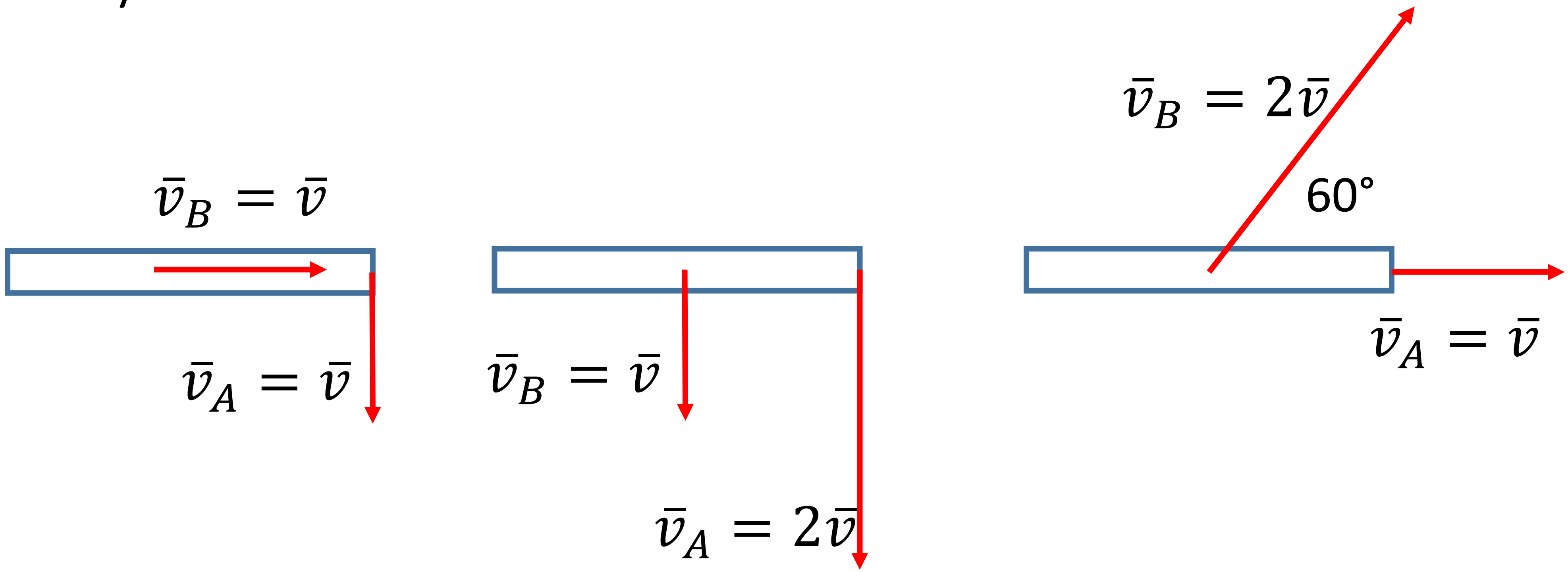
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: R y V



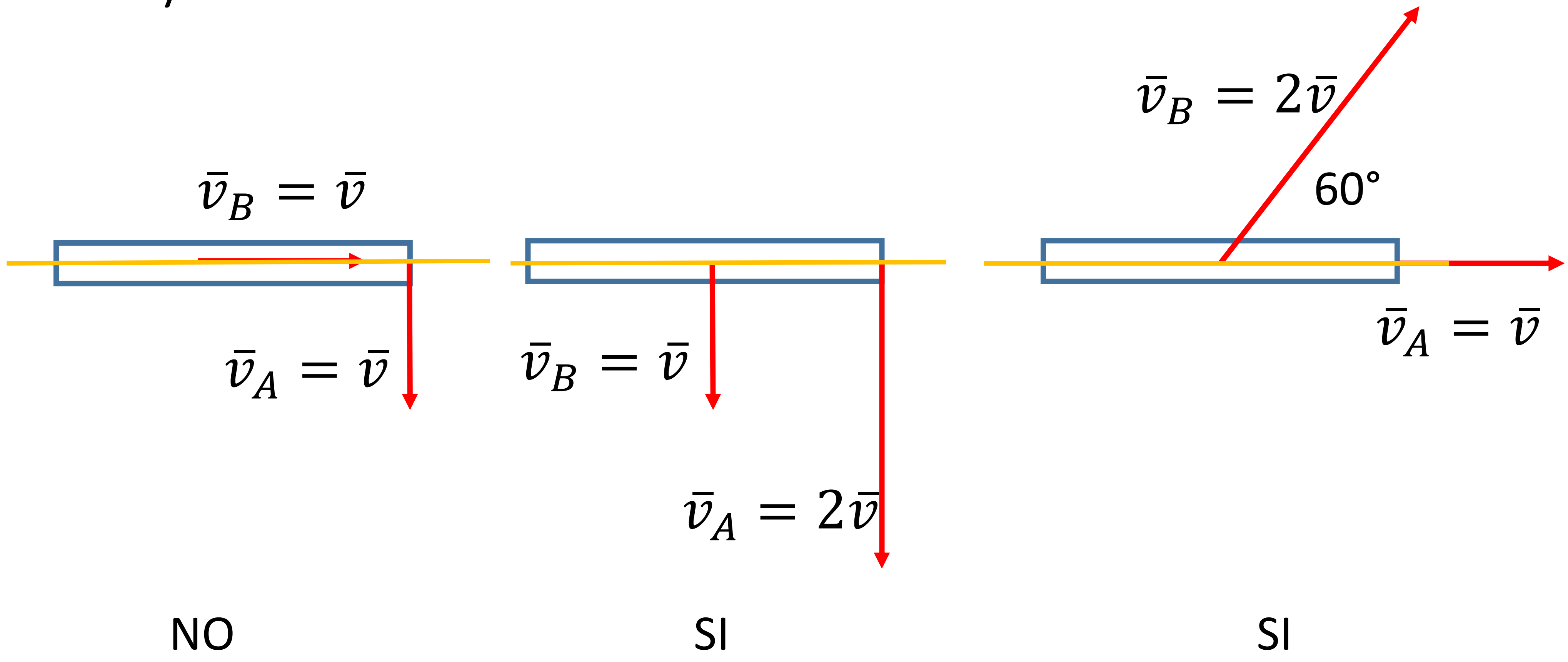
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: L y V



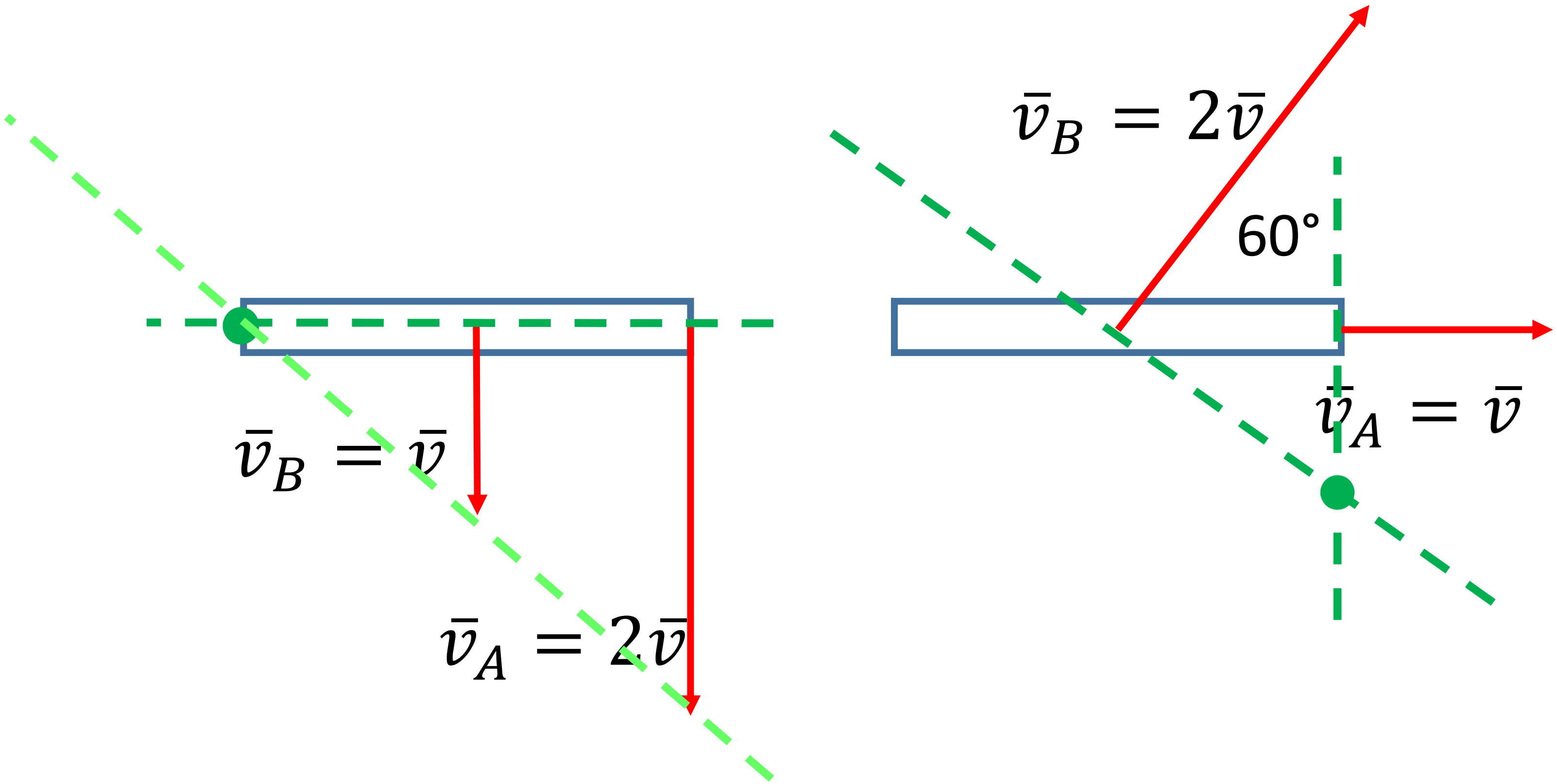
¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: L y V

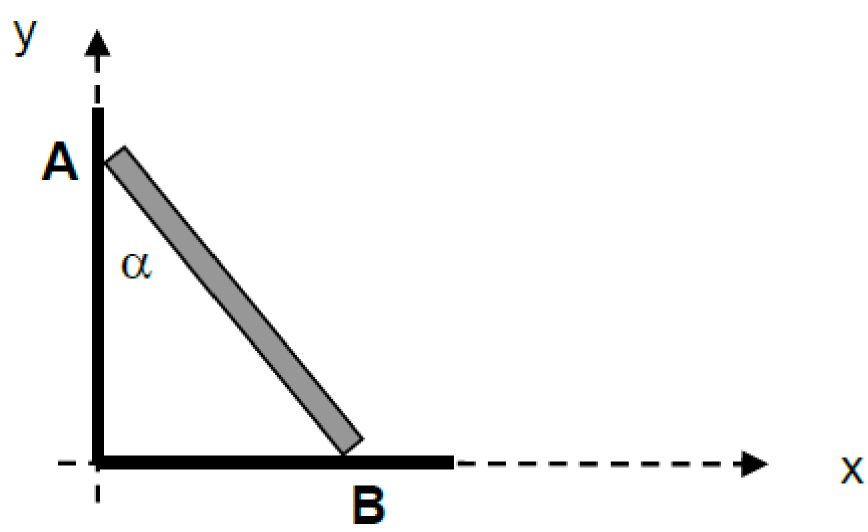


¿Cuál de los siguientes objetos no es CR?

- Si puede ser CR: determinar la posición del CIR.
- Datos: L y V



3. Una escalera homogénea de longitud L = 1 m, está apoyada en el piso y en la pared. Conociendo el ángulo de inclinación α = 30°, y la velocidad del punto A, $\mathbf{V}_A$ = - 2 m/seg $\mathbf{j}$, hallar, para esta posición:



a) La posición del CIR

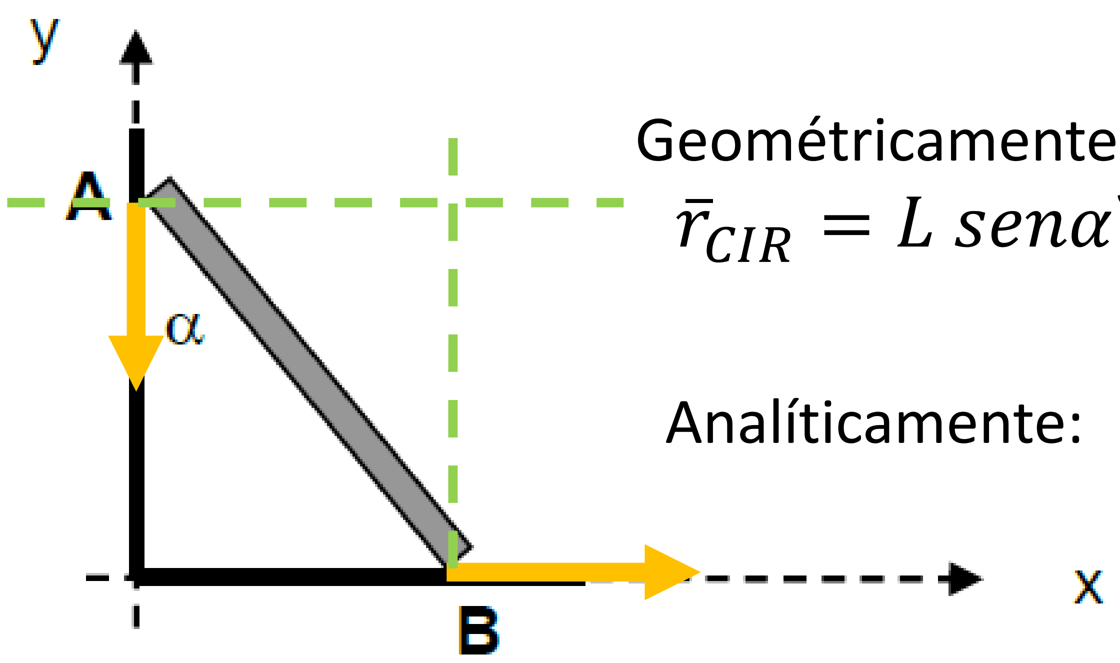
b) La velocidad del punto B

c) La velocidad del CM

Ejercicio 3 a)

Esquema de la situación y determinación gráfica de CIR $\bar{v}_A = -2\frac{m}{s}\breve{j}$

$$\bar{r}_A = Lcos\alpha\breve{j} = 0{,}87m\breve{j} \qquad \bar{r}_B = Lsen\alpha\breve{\imath} = 0{,}5m\breve{\imath}$$



Geométricamente:

$$\bar{r}_{CIR} = L\,sen\alpha\breve{\imath} + Lcos\alpha\breve{j} = 0{,}5m\breve{\imath} + 0{,}87m\breve{j}$$

Analíticamente: $\bar{v}_A = \bar{\Omega} \times (\bar{r}_A - \bar{r}_{CIR})$ (I)

Ejercicio 3 b)

$$\bar{v}_A = \bar{\Omega} \times (\bar{r}_A - \bar{r}_{CIR})$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = \Omega\breve{k} \times \left(0{,}87m\breve{j} - (0{,}5m\breve{i} + 0{,}87m\breve{j})\right)$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = \Omega\breve{k} \times (-0{,}5m\breve{i})$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = -0{,}5m\Omega\breve{j}$$

$$\breve{j})\quad -2\frac{m}{s} = -0{,}5m\Omega$$

$$4\frac{1}{s} = \Omega \qquad \rightarrow \qquad \bar{\Omega} = 4\frac{1}{s}\breve{k}$$

Ejercicio 3 b)

$$\bar{v}_B = \overline{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_{CIR}) \qquad \text{ó} \qquad \bar{v}_B = \bar{v}_A + \overline{\Omega} \times (\bar{r}_B - \bar{r}_A)$$

$$\bar{v}_B = 4\frac{1}{s}\breve{k} \times \left(0{,}5m\breve{\imath} - (0{,}5m\breve{\imath} + 0{,}87m\breve{\jmath})\right)$$

$$\bar{v}_B = 4\frac{1}{s}\breve{k} \times (-0{,}87m\breve{\jmath})$$

$$\bar{v}_B = 3{,}48\frac{m}{s}\breve{\imath}$$

Ejercicio 3 c). El CM está en el centro de la escalera

$$\bar{v}_{CM} = \bar{\Omega} \times (\bar{r}_{CM} - \bar{r}_{CIR}) \qquad \text{ó} \qquad \bar{v}_{CM} = \bar{v}_A + \bar{\Omega} \times (\bar{r}_{CM} - \bar{r}_A)$$

$$\bar{v}_{CM} = 4\frac{1}{s}\breve{k} \times \big((0{,}25m\breve{\imath} + 0{,}44m\breve{\jmath}) - (0{,}5m\breve{\imath} + 0{,}87m\breve{\jmath})\big)$$

$$\bar{v}_{CM} = 4\frac{1}{s}\breve{k} \times (-0{,}25m\breve{\imath} - 0{,}44m\breve{\jmath})$$

$$\bar{v}_{CM} = 1{,}76\frac{m}{s}\breve{\imath} - 1\frac{m}{s}\breve{\jmath}$$

Extra (I)

$$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{\Omega} \times (\bar{r}_A - \bar{r}_B)$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = v_B\breve{i} + \Omega\breve{k} \times \left(0{,}87m\breve{j} - (0{,}5m\breve{i})\right)$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = v_B\breve{i} - 0{,}87m\Omega\breve{i} - 0{,}5m\Omega\breve{j}$$

$$\breve{j}) \quad -2\frac{m}{s} = -0{,}5m\Omega$$

$$\bar{\Omega} = 4\frac{1}{s}\breve{k}$$

Extra (I)

$$\bar{v}_A = \bar{\Omega} \times (\bar{r}_A - \bar{r}_{CIR})$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = 4\frac{1}{s}\breve{k} \times \left(0{,}87m\breve{j} - (x_{CIR}\breve{\imath} + y_{CIR}\,\breve{j})\right)$$

$$-2\frac{m}{s}\breve{j} = 4\frac{1}{s}(y_{CIR} - 0{,}87m)\breve{\imath} - 4\frac{1}{s}x_{CIR}\breve{j}$$

$$\breve{\imath})\ 0 = 4\frac{1}{s}(y_{CIR} - 0{,}87m) \quad \rightarrow \quad y_{CIR} - 0{,}87m$$

$$\breve{j})\ -2\frac{m}{s} = -4\frac{1}{s}x_{CIR} \quad \rightarrow \quad x_{CIR} = 0{,}5m$$